

Deux propositions au choix :

A) Fixons un nombre de Pisot  $\beta$  de degré  $d$  ; alors il existe un entier  $n_0$  tel que dès que  $n$  est supérieur à  $n_0$  il existe une matrice carrée  $M_n$  d'ordre  $d$ , dont  $\beta^n$  est la valeur propre dominante.

Ainsi pour tout  $\beta^n$  avec  $n$  assez grand il existe un automate à  $d$  états admettant  $\beta^n$  comme valeur propre, ainsi qu'une "Pisot substitution" associée à  $\beta^n$ .

On vérifie également que l'ensemble des entiers  $n$  pour lesquels  $\beta^n$  n'admet pas de conjugués pirates (ou valeurs complémentaires) est de densité positive. (J.Th.d.N.Bordeaux 2012 n°1).

B) Soit  $\beta$  un nombre de Pisot de norme 1 et  $x$  un nombre réel compris entre 0 et 1 ; soit  $(x_n)_{n \geq 1}$  le  $\beta$ -développement de  $x$  et soit  $(y_n)_{n \geq 1}$  le développement de  $x$  en base  $\beta^n$  ; on montre que  $(x_n)_{n \geq 1}$  est purement périodique si et seulement si  $(y_n)_{n \geq 1}$  l'est aussi.

On en déduit (sous réserves) que les multiplicités des pavages de Rauzy associés à  $\beta$  et à  $\beta^n$  sont égales.